Квантовые шумы в сверхпроводниковых генераторах на распределенных джозефсоновских переходах

В.В. Курин, И.В. Пименов
Институт физики микроструктур РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

В рамках модели туннельного гамильтониана получено уравнение Ланжевена, описывающее квантовую динамику и флюктуационные эффекты в распределенных джозефсоновских контактах при напряжениях сравнимых с величиной сверхпроводящей щели. В приближении сильного магнитного поля рассчитаны вольтамперные характеристики и форма спектральной линии излучения, производимого вихрями, движущимися в распределенном джозефсоновском контакте. Теоретические предсказания сравниваются с результатами экспериментальных измерений.

Распределенные джозефсоновские переходы (РДП) в настоящее время успешно применяются для генерации излучения субмм диапазона, используемого для накачки SIS смесителей супергетеродинных приемников [1]. Необходимость улучшения спектральных свойств таких гетеродинов, определяющих спектральное разрешение спектрометров, определяет важность исследования флюктуационных явлений в РДП. Другая сфера возможных приложений РДП – логические переключатели на джозефсоновских вихрях, как классические, так и квантовые [2], также требует исследования флюктуаций, играющих критическую роль в их работоспособности

В настоящем докладе предлагается теория, описывающая совместно динамические и флюктуационные эффекты в распределенных джозефсоновских контактах

В отличие от точечного джозефсоновского контакта, в распределенном контакте, помещенном в магнитное поле, возможно существование токов, текущих вдоль джозефсоновского перехода и приводящих к пространственной неоднородности магнитного поля. Диссипативная компонента такого тока в соответствии с флюктуационно-диссипационной теоремой будет служить источником дополнительных, по сравнению с точечным контактом, флюктуаций.

В предположении, что пространственное распределение магнитного поля вдоль джозефсоновского перехода является плавным в масштабе лондоновской глубины проникновения λ, уравнение динамики распределенного контакта в безразмерных переменных имеет вид.

$$\ddot{\varphi}+\int_0^\infty d\tau\left\{\alpha_I(\tau)\sin\frac{\varphi(t,x)-\varphi(t-\tau,x)}{2}+\beta_I(\tau)\sin\frac{\varphi(t,x)+\varphi(t-\tau,x)}{2}\right\}-\int_0^\infty\gamma_I(\tau)\varphi_{xx}(t-\tau,x)d\tau-j_{ext}=\Xi \qquad (1)$$

где длины нормированы на джозефсоновскую длину, времена – на джозефсоновскую плазменную частоту, токи – на плотность статического критического тока $j_c=\int_0^\infty\beta_I(\tau)d\tau$ перехода, функции $\alpha_I(\tau)$ и $\beta_I(\tau)$, полученные впервые Вертхаммером и выражающиеся через свертки нормальных и аномальных функций Грина берегов джозефсоновского контакта, определяют нормальную и сверхпроводящую компоненты токов через джозефсоновский контакт. Функция $\gamma_I(\tau)$ связана с поверхностным импедансом берегов джозефсоновского контакта и определяется глубиной проникновения магнитного поля в сверхпроводник следующим соотношением

$$\gamma_I(t)=(d+2\lambda(\omega=0))\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{d+2\lambda(\omega)}\exp(-i\omega t)\frac{d\omega}{2\pi}.$$

Она также выражается через функции Грина берегов джозефсоновского контакта, $i_{ext}(x)$– распределение внешнего тока, инжектируемого в переход. Левая часть выписанного уравнения, будучи приравненной нулю, даст уравнение для фазы, усредненной по состоянию перехода и его окружения. Для точечного контакта уравнение такого типа было получено Вертхаммером [3]. Им же были получены выражения для фунций $\alpha,\beta.$ Выражение для функции γ определяется хорошо известным выражением для глубины проникновения электромагнитного поля в сверхпроводник [4]. Правая часть $\Xi(x,t)$ является суммой флюктуационных токов

$$\Xi=\xi^{(1)}(t,x)\cos\frac{\varphi}{2}+\xi^{(2)}(t,x)\sin\frac{\varphi}{2}+\zeta(t,x),$$

где $\xi^{(1,2)}(x,t)$, $\xi^{(1,2)}(x,t)$ описывают источники флюктуаций, связанные с туннельным током, функция - $\zeta(x,t)$ представляет флюктуационный ток, текущий вдоль перехода. Все эти функции представляют гауссовы случайные поля с нулевыми средними и функциями корреляции, определяемых соотношениями

$$\begin{gathered}\left\langle\xi^{(1,2)}(0,0)\xi^{(1,2)}(x,t)\right\rangle=\delta(x)(\alpha_R(t)\pm\beta_R(t)),\\ \left\langle\xi^{(1)}(0,0)\xi^{(2)}(x,t)\right\rangle=0,\quad\left\langle\zeta(0,0)\zeta(x,t)\right\rangle=\delta''(x)\gamma_R(t),\end{gathered} \qquad (2)$$

где функции $\alpha_R(t)$, $\beta_R(t)$, $\gamma_R(t)$, определяющие корреляционные свойства флюктуаций, связаны с функциями откликов $\alpha_I(t)$, $\beta_I(t)$, $\gamma_I(t)$ флюктуационно-диссипативной теоремой, которая для спектральных функций $\alpha_{R,I}(\omega)$, $\beta_{R,I}(\omega)$, $\gamma_{R,I}(\omega)$ выглядит стандартным образом

$$(\alpha,\beta,\gamma)_R(\omega)=\coth\frac{\hbar\omega}{2T}\operatorname{Im}(\alpha,\beta,\gamma)_I(\omega)$$

В пренебрежении членами, описывающими ток вдоль перехода, чему соответствует $\gamma_{R,I}=0$, уравнение описывает квантовую динамику и флюктуации в точечном джозефсоновском контакте. Последовательный его вывод был проделан в работах [5,6]. В пределе медленного изменения фазы по сравнению с щелевой частой $\Delta/\hbar$ уравнение (1) переходит в хорошо известное классическое уравнение Синус-Гордона, с флюктуационными источниками. Оно было использовано в [7] для анализа роли флюктуаций в динамике распределенного джозефсоновского контакта. Уравнение (1) должно быть дополнено граничными условиями, в качестве которых примем условие отсутствия тока на концах джозефсоновского перехода.

Эти условия получаются путем интегрирования уравнения (1) по координате и имеют вид $\varphi_x(\tau,x=0,L)=h,$ где h есть значение безразмерного магнитного поля на концах джозефсоновского перехода.

Расчет ширины спектральной линии излучения может быть проведен в приближении сильного магнитного поля и малой интенсивности шума, аналогично работе [8]. Будем искать решение для джозефсоновской фазы в виде $\varphi=\Omega t-hx+\psi+\theta$, где ψ□*1*-мала, а медленная функция θ описывает диффузию фазы из-за воздействия шума, ω_J – джозефсоновская частота, пропорциональная напряжению. Затем, считая нелинейные члены в уравнении (1) малыми, найдем в нулевом приближении уравнение, определяющее невозмущенную вольт-амперную кривую

$$g(\Omega)=\operatorname{Im}\alpha(\Omega/2)=\int_0^\infty\alpha_I(\tau)\sin\frac{\Omega\tau}{2}d\tau=j_{ext},$$

и выражение для шума

$$\Xi_0=\xi_1(t,x)\cos\frac{\Omega t-hx+\theta}{2}+\xi_2(t,x)\sin\frac{\Omega t-hx+\theta}{2}+\zeta(t,x)$$

В первом приближении находим линейное интегро-дифференциальное уравнение для высокочастотной компоненты фазы ψ, которое решается с помощью функции Грина. Во – втором, уравнение для медленной фазы, имеющее вид

$$\ddot\theta+\frac{\dot\theta}{2}\int_0^\infty d\tau\tau\alpha_I(\tau)\cos\frac{\Omega\tau}{2}-\theta_{xx}\int_0^\infty\gamma_I(\tau)d\tau-\dot\theta_{xx}\int_0^\infty\gamma_I(\tau)\tau d\tau= \quad \text{г}$$
$$j_{ext}-I(\Omega+\dot\theta,h-\theta_x,x)+\Xi_{eff}(x,t),$$

де правая часть описывает искажение вольт-амперной кривой из-за процессов конверсии джозефсоновской генерации на нелинейностях сверпроводящего и квазичастичного токов. Эффективный шум $\Xi_{eff}(x,t)$ также определяется процессами нелинейной конверсии из окрестностей гармоник джозефсоновской частоты в область малых частот.

Усредняя уравнение по ансамблю случайной величины и по координате и требуя ненарастания $\langle\dot\theta\rangle$ мы найдем вольт-амперную характеристику,

$$j_{ext}=g(\Omega)+\frac{1}{2}\sum_n\operatorname{Re}\beta(-\Omega/2)|c_n|^2|D_n(\Omega)|^2+$$
$$\frac{1}{4i}\sum_n(2\alpha(\Omega/2)+\alpha(3\Omega/2)+\alpha(-\Omega/2))|c_n|^2|D_n(\Omega)|^2+c.c.$$

где $c_n(h)=\int_0^L e^{-ihx}\psi_n(x)dx$ и

$$D(\Omega)=\Omega^2+[\alpha_I(3\Omega/2)-\alpha_I(-\Omega/2)]/4-\gamma(\Omega)k_n^2$$

и уравнение для медленной флюктуационной компоненты $r_d^{-1}\dot\theta=\Xi_{eff}(x,t)$, где $r_d^{-1}=\partial I(\Omega,h)/\partial\Omega$ - обратное дифференциальное сопротивление джозефсоновского контакта.

Ширина линии генерации определяется статистикой случайного процесса $\psi_r\propto e^{i\Omega t+i\theta}$. При естественном предположении о широкополосности усредненного шума следует, что линия генерации имеет лоренцеву форму с шириной $\Gamma=r_d^2S_\Xi(\omega=0)$, где $S_\Xi(\omega=0)$ - спектр мощности стационарной компоненты токовых флюктуаций, выражение для которого имеет вид

$$S_\Xi(\omega=0)=\alpha_R(\Omega/2)+$$
$$\frac{1}{4}\sum_n\left\{2(\operatorname{Re}\beta_I(\Omega/2))^2|c_n|^4+|\beta_I(\Omega/2)|^2|c_n|^2|A(\Omega)|^2\right\}$$
$$|D_n(\Omega)|^{-2}[k_n^2\gamma_R(\Omega)+(\alpha_R(3\Omega/2)+\alpha_R(\Omega/2))/2]$$
$$A(\Omega)=\alpha(\Omega/2)-3\alpha(-\Omega/2)+3\alpha(-3\Omega/2)-\alpha(-5\Omega/2)$$

Первый член представляет собой прямой вклад квазичастичного тока, второй и третий связаны с конверсией ВЧ шума из окрестностей гармоник и субгармоник джозефсоновской частоты в окрестность нуля. Эффективность конверсии из-за нелинейности квазичастичного и сверхтока определяется функциями откликов и магнитным полем.

1. V.P. Koshelets at al, Superconducting Science and Technology, vol. **17,** pp S127–S131, (2004).
2. A. Wallraff at al, Nature, **425**, 155, (2003)
3. N. R. Werthammer, Phys. Rev, **147** , 255 (1966)
4. J. Bardeen, D.C. Mattis, Phys. Rev, **111** , 412 (1958)
5. U. Eckern, G. Schon and V. Ambegaokar, Quantum dynamics of a superconducting tunnel junction, Phys. Rev. B, 30, 6419, (1984)
6. A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov, Phys. Rev. B, **28**, 6281 (1983)
7. N. Groenbech-Jensen, M. Salerno, M.R. Samuelsen, Phys. Rev. B, **46**, 308 (1992)
8. M. Salerno, M. R. Samuelsen, A. V. Yulin, Phys. Rev. Lett. 86, 5397-5400 (2001)