Сверхтекучесть в двухслойных квантовых холловских системах в пределе низкой плотности

С.И. Шевченко

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАНУ, 61103 Харьков, Украина

Представлено описание сверхтекучих свойств систем со спариванием пространственно разделенных электронов и дырок в терминах параметра порядка, удовлетворяющего динамическому уравнению типа уравнения Гросса-Питаевского.

В настоящее время проблеме сверхтекучести электрон-дырочных пар с пространственно разделенными компонентами [1,2] посвящены десятки теоретических и экспериментальных работ. Одно из успешно развивающихся направлений состоит в изучении двухслойных электронных структур в сильном нормальном к слоям магнитном поле (см., например, обзор [3]). Эксперименты [4-6] свидетельствуют, что сверхтекучесть пар в этих системах действительно имеет место.

Мы рассмотрим двухслойную систему, в которой один проводящий слой является электронным, а другой – дырочным, и будем считать, что плотность электронов n_e совпадает с плотностью дырок n_h ($n_e= n_h=n$). При этом в сильном магнитном поле, нормальном к слоям, факторы заполнения $\nu_e=\nu_h=\nu=2\pi l_B^2 n$, где $l_B=(c\hbar/eB)^{1/2}$ – магнитная длина. Рассматриваемая система полностью эквивалентна двухслойной *электронной* системе с факторами заполнения ν и 1-ν [7]. Нас будет интересовать предел низкой плотности, когда ν<<1. В этом случае электроны и дырки из разных слоев спарены в координатном пространстве и нахождение энергии связи пары сводится к решению двухчастичного уравнения Шредингера. Энергия связи равна – $\sqrt{\pi/2}e^2/\varepsilon l_B$. Размер пары порядка l_B. При получении этого и других результатов работы предполагается, что $a_B^e >> l_B >> d$, где $a_B^e=\dfrac{\varepsilon\hbar^2}{m_e e^2}$ – боровский радиус электрона, d, расстояние между проводящими слоями.

В пределе низкой плотности обменные эффекты не существенны и пары можно рассматривать как истинные бозоны. Поэтому при низких температурах система ведет себя как конденсат (точнее, квазиконденсат) электрон-дырочных пар, который может быть описан параметром порядка $\psi(\mathbf{R},t)$. Связь $\psi(\mathbf{R},t)$ с волновой функцией $\Phi(\mathbf{r}_e,\mathbf{r}_h,t)$, являющейся решением двухчастичного уравнения Шредингера, нетривиальна из-за того, что в магнитном поле движение пары как целого зацепляется за внутреннее движение образующих ее частиц. Эти движения удается расцепить в сильном магнитном поле, когда расстояние между уровнем Ландау существенно превосходит энергию кулоновского взаимодействия электрона и дырки. В этом случае движение пары в нулевом приближении является свободным и волновая функция пары, импульс которой равен **P**, имеет вид [8]

$$\Phi_{\mathbf{p}}(\mathbf{R},\mathbf{r})=\exp\left[i\mathbf{R}(\mathbf{P}+\frac{e}{c}\mathbf{B}\times\mathbf{r})+i\gamma\mathbf{r}\cdot\mathbf{P}\right]\Phi_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{\mathbf{p}}).(1)$$

Здесь $\mathbf{R}$ –координата центра масс, $\mathbf{r}$ – относительная координата, $\mathbf{r}_{\mathbf{p}}=(\mathbf{B}\times\mathbf{P})l_B^2/B$, $\gamma=\dfrac{1}{2}\dfrac{m_h-m_e}{m_h+m_e}$. Волновая функция $\Phi_0(\mathbf{r})$ в нулевом по кулоновскому взаимодействию приближении совпадает с волновой функцией свободного *2 D* электрона в магнитном поле, нормальном к плоскости движения. В общем случае волновая функция пары представляет собой сумму

$$\Phi(\mathbf{R},\mathbf{r},t)=\sum_{\mathbf{p}}c(\mathbf{p},t)\Phi_p(\mathbf{R},\mathbf{r}), \qquad (2)$$

где коэффициенты $c(\mathbf{p},t)$ следует найти из двухчастичного уравнения Шредингера с учетом кулоновского взаимодействия. Вместо коэффициентов $c(\mathbf{p},t)$ состояние пары удобнее описывать функцией

$$\psi(\mathbf{r},t)\equiv\sum_{\mathbf{p}}c(\mathbf{p},t)e^{i\mathbf{pR}} \qquad (3)$$

Физический смысл функции $\psi(\mathbf{R},t)$ становится ясным, если учесть, что вероятность найти пару в точке $\mathbf{R}$ получается интегрированием $\left|\Phi(\mathbf{R},\mathbf{r})\right|^2$ по всем $\mathbf{r}$ и равна

$$\int\left|\Phi(\mathbf{R},\mathbf{r},t)\right|^2 d\mathbf{r}=\psi^*(\mathbf{R},t)\psi(\mathbf{R},t). \qquad (4)$$

Кроме того, импульс пары, вычисленный как среднее от оператора импульса $\Pi=-i\hbar\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{R}}-\dfrac{1}{2}\mathbf{B}\times\mathbf{r}$ [8] равен

$$\int\Phi^*(\mathbf{R},\mathbf{r},t)\Pi\Phi(\mathbf{R},\mathbf{r},t)d\mathbf{r}=\psi^*(\mathbf{R},t)(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\mathbf{R}})\psi(\mathbf{R},t).(5)$$

Из этих результатов следует, что $\psi(\mathbf{R},t)$ можно рассматривать как волновую функцию пары как целого. При этом, ввиду того, что пара электронейтральна, она, как целое, уже не испытывает действие магнитного поля, в связи с чем ее оператором импульса является не Π, а $\mathbf{P}=-i\hbar\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{R}}$. Подставив $\Phi(\mathbf{R},\mathbf{r},t)$ из (2) в уравнение Шредингера и усреднив результат по внутреннему движению пары, получим уравнение для $\psi(\mathbf{R},t)$. Если помимо магнитного поля **B**, нормального к проводящим слоям, приложено электрическое поле **E**, параллельное слоям, то уравнение для ψ имеет вид [9]

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{1}{2M_*}(-i\hbar\nabla+\frac{\alpha(B)}{c}\mathbf{E}\times\mathbf{B})^2\psi-\frac{\alpha(B)}{2}E^2\psi+\gamma|\psi|^2\psi \qquad (6)$$

Здесь эффективная масса пары $M_*=M+M_B$, где $M=m_e+m_h$– затравочная масса, а

$M_B = 4/\sqrt{2\pi}\hbar^2\varepsilon/e^2 l_B$ – добавка, обусловленная зацеплением относительного движения электрона и дырки за их движения как целого; $\alpha(B) = (M_* - M)\ \frac{e^2}{B^2}$ имеет смысл электрической поляризуемости пары. Константа взаимодействия, вычисленная в приближении среднего поля, равна $\gamma = (\frac{\pi}{2})^{3/2} e^2 d^2 / \varepsilon l_B$. Обращение константы взаимодействия в нуль при $d=0$ есть следствие полной компенсации кулоновских сил между электронами и дырками. Последний результат является точным и не связан с приближением среднего поля.

При $\mathbf{E} = 0$ из (1) следует, что спектр возбуждений в газе электрон-дырочных пар имеет боголюбовский вид. При температурах, больших по сравнению с энергией взаимодействия пар (т.е. при $T >> \gamma n$), вычисленная по формуле Ландау нормальная плотность $n_n = (M_* T / 2\pi\hbar^2) \ln \frac{T}{\gamma n}$.

Поскольку рассматриваемая система является двумерной, то переход в сверхтекучее состояние должен происходить по механизму Костерлица-Таулесса. Оценку температуры сверхтекучего перехода T_C можно получить, приравняв n_n полной плотности пар n. При $l_B >> d$, температура сверхтекучего перехода $T_C \approx \nu \frac{e^2}{\varepsilon l_B} (\ln l_B / d)^{-1}$.

С ростом d система становится неустойчивой относительно флуктуаций плотности, которые могут привести к кристаллизации пар. Рассматривая пары как жесткие диполи и предполагая, что плавление дипольного кристалла происходит по дислокационному механизму, можно выразить температуру плавления T_m через модули упругости μ и λ и найти, что $T_m \approx \frac{1}{10} \frac{(ed)^2}{\varepsilon} n^{3/2}$. Сверхтекучая фаза существует при $T_m < T_C$. Это неравенство дает верхнюю границу толщины d, выше которой сверхтекучесть невозможна из-за кристаллизации. Из-за какой-то другой неустойчивости сверхтекучесть может разрушиться при меньших d.

Если поле $\mathbf{E} \neq 0$, то, записав ψ в виде $|\psi| e^{i\varphi}$, из (1) легко найти сверхтекучую скорость пар

$$\mathbf{v}_S = \frac{1}{M_*}(\hbar\nabla\varphi + \alpha(B)\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{B}}{c}). \quad (7)$$

Таким образом, скрещенные электрическое и магнитное поля индуцируют в электронейтральной сверхтекучей системе незатухающие потоки, подобно тому, как поле векторного потенциала индуцирует сверхтоки в сверхпроводниках.

Очевидно, $\alpha(B)\mathbf{E}$ есть дипольный момент пары, индуцированный электрическим полем $\mathbf{E}$, и второе слагаемое в правой стороне (7) есть векторное произведение дипольного момента и магнитного поля. Но пары имеют и собственный дипольный момент $e\mathbf{d}$, направленный по нормали к слоям. Поэтому при наличии магнитного поля $\mathbf{B}_\tau$, параллельного слоям, в (7) появится дополнительное слагаемое $e\mathbf{d}\times\mathbf{B}_\tau / c$. Это слагаемое также индуцирует незатухающие потоки пар, приводящие к протеканию антипараллельных сверхтоков в соседних слоях. Его легко получить в эксперименте, "наклонив" магнитное поле.

Правая сторона уравнения (6) есть вариационная производная по $\psi^*(\mathbf{r})$ от функционала энергии. Производная этого функционала по $\mathbf{E}$ (взятая с обратным знаком) есть дипольный момент единицы площади

$$\mathbf{P} = \alpha(B)(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{v}_S \times \mathbf{B})|\psi|^2. \quad (8)$$

Второе слагаемое описывает поляризацию, которая возникает при движении среды под действием силы Лоренца. Неоднородное поле скоростей приводит к неоднородной поляризации и к поляризационному заряду $\rho_{пол} = -div\mathbf{P}$. Полный заряд, связанный с вихрем

$$q = \int \rho_{пол}\, dS = -\oint \mathbf{P}\cdot d\mathbf{l}_\perp =$$
$$= \frac{\alpha(B)}{c} Bn \frac{\hbar}{M_*} \oint \nabla\varphi \cdot d\mathbf{l}_\tau. \quad (9)$$

Набег фазы при обходе контура, охватывающего вихрь, не зависит от формы контура и равняется $\pm 2\pi$. Поэтому заряд вихря является топологическим инвариантом, равным $q = \pm \frac{M_B}{M + M_B} \nu e$. В сильных магнитных полях $M_B >> M$ и заряд вихря $q = \pm \nu e$.

Следует отметить однозначную связь между знаком циркуляции и знаком заряда. В результате ниже температуры сверхтекучего перехода T_C связанные пары, образованные вихрем и антивихрем, должны быть электронейтральны. Выше T_C происходит диссоциация вихревых пар и появляются свободные заряды. Это проявляет себя в существенном изменении проводящих свойств системы при температуре сверхтекучего перехода

1. Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон, ЖЭТФ 71, 738 (1976).
2. С.И. Шевченко, ФНТ 2, 505, (1976).
3. S.M. Girvin, A.H. MacDonald in S. Das Sarma A. Pinczuk (Eds) Perspectives in Quantum Hall Effects, Wiley, New York, 1997.
4. I.B. Spielman, I.P.Eisenstein, L.N. Pfeiffer et al., Phys. Rev. Lett. 84, 5808 (2000).
5. M. Kellog, I.B.Spielman, J.P.Eisenstein, Phys. Rev. Lett. 88, 126804, (2002).
6. M. Kellog, J.P.Eisenstein, L.N.Pfeiffer et al., Phys. Rev. Lett. 93, 036801, (2004.)
7. E.H. Rezayi and A.H. MacDonald. Phys. Rev. B 42, 3224 (1990)
8. Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ 53, 717 (1967).
9. S.I. Shevchenko, Phys.Rev. B 67, 2145159 (2003).