Сверхпроводимость пар отталкивающихся частиц с большим суммарным импульсом

С. В. Шевцов
Государственный педагогический университет, Воронеж, 394043, Россия

Сверхпроводящий параметр порядка, возникающий при спаривании носителей заряда с большим импульсом пары при экранированном кулоновском отталкивании, найден как функция импульса относительного движения пары. Параметр порядка меняет знак на некоторой линии внутри кинематически разрешенной области. Сверхпроводимость возникает уже при сколь угодно малой величине константы связи при выполнении условия зеркального нестинга. Исследована температурная зависимость параметра порядка.

1. Уравнение самосогласования, определяющее сверхпроводящий параметр порядка $\Delta(\boldsymbol{k})$, обусловленный спариванием частиц с большим суммарным импульсом $\boldsymbol{K}$ и импульсом относительного движения $\boldsymbol{k}$ при температуре T, может быть записано в виде

$$\Delta(\boldsymbol{k}) = -\frac{1}{2}\sum_{k'\in\Xi}\frac{U(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k'})\Delta(\boldsymbol{k'})}{\sqrt{\xi^2(\boldsymbol{k'})+\Delta^2(\boldsymbol{k'})}}\, h(\boldsymbol{k'},T), \quad (1)$$

где $U(\boldsymbol{\kappa})$ - матричный элемент потенциала эффективного взаимодействия частиц, составляющих пару. Температурный фактор в уравнении самосогласования имеет вид

$$h(\boldsymbol{k},T) = \tanh\left(\frac{\sqrt{\xi^2(\boldsymbol{k})+\Delta^2(\boldsymbol{k})}}{2T}\right), \quad (2)$$

где $\xi(\boldsymbol{k'})$ – энергия относительного движения пары. Суммирование в (1) производится по всей кинематически разрешенной области Ξ, в которой и определен SC параметр порядка.

При решении уравнения самосогласования удобно перейти к безразмерным величинам, используя в качестве характерных масштабов энергии и длины константы r_0 и U_0, которые в случае экранированного кулоновского потенциала имеют смысл радиуса экранирования и характерной кулоновской энергии, соответственно. Таким образом, энергия U_0 определяет масштаб величин $\Delta(\boldsymbol{k})$, $\xi(\boldsymbol{k})$ и T, импульс измеряется в единицах r_0^{-1}, размерность матричного элемента равна $U_0 r_0^2$.

Если область кинематического ограничения достаточно мала, то в матричном элементе можно оставить первые два члена его разожения в степенной ряд по импульсу, передаваемому при рассеянии, и перейти к вырожденному ядру

$$U(\boldsymbol{\kappa}) = 2\pi[1-\kappa^2/2], \quad (3)$$

которое имеет четыре характеристических числа, три из которых положительны, тогда как четвертое отрицательно.[1]

2. Зависимость параметра порядка от импульса относительного движения пары имеет вид

$$\Delta(\boldsymbol{k}) = a + (\boldsymbol{\chi}\boldsymbol{k}) - bk^2, \quad (4)$$

где a и b - некоторые коэффициенты, а $\boldsymbol{\chi}$ - постоянный вектор. Таким образом, решение уравнения самосогласования повторяет зависимость вырожденного ядра (3) от импульса и сводится к определению параметров a, b и $\boldsymbol{\chi}$, являющихся решением системы интегральных уравнений, вытекающей из сравнения коэффициентов при одинаковых степенях $\boldsymbol{k}$.

Сверхпроводящий параметр порядка меняет свой знак при некотором $k = k_0$, и может быть записан как

$$\Delta(k) = b(k_0^2 - k^2). \quad (5)$$

Параметр b характеризует энергетический масштаб сверхпроводящей щели, а k_0 определяет радиус окружности в импульсном пространстве, на которой энергетическая щель обращается в нуль. В обсуждаемом здесь случае отталкивательного взаимодействия обращение в нуль сверхпроводящего параметра порядка имеет место в пределах области Ξ, поскольку при $U(\boldsymbol{\kappa}) > 0$ уравнение самосогласования заведомо не имеет знакопостоянных решений.

Благодаря наличию отрицательного характеристического числа ядра (3), решение уравнения самосогласования существует для любых конечных значений параметров потенциала (3), поскольку замкнутое уравнение для определения параметра k_0^2 всегда имеет решение $k_0^2 < 1/2$.[2] В случае малых b решение может быть представлено в виде

$$b = \exp\left(-\frac{P_1}{A_1 - A_0 k_0^2}\right), \quad (6)$$

где параметры в показателе экспоненты являются решением системы алгебраических уравнений (дробь в показателе экспоненты положительна). Выражение (6) полностью определяет зависимость энергетической щели от импульса относительного движения пары при $T = 0$. Характерным масштабом энергетической щели (6) является энергия U_0, этой же энергией определяется и эффективная константа связи.

Окружность $k = k_0$ пересекает контур Ферми в пределах области Ξ. Величина сверхпроводящей щели при $T = 0$ экспоненциально возрастает с увеличением длины участков контура Ферми (“парного” контура Ферми), принадлежащих. при выполнении условия зеркального нестинга,[3] области Ξ. Кроме того, щель экспоненциально возрастает с увеличением степени анизотропии парного контура Ферми.

3. Температурная зависимость параметра порядка исследована в двух предельных случаях: $T \to 0$ и $T \to T_C$, где T_C – температура сверхпроводящего перехода.

Параметры сверхпроводящей щели определяются той же системой уравнений, что и в случае $T = 0$, но с коэффициентами, зависящими от температуры. При $T \to 0$ имеем

$$k_0(\tau) = k_0(0) + \gamma_1 \tau^3, \quad b(\tau) = b(0) - \gamma_2 \tau^3, \qquad (7)$$

где безразмерная температура $\tau = 2T/U_0$, γ_1 и γ_2 - коэффициенты, второй из которых существенно положителен.

При $T \to T_C$ ($\tau \to \tau_C$)

$$b(\tau) \sim \sqrt{1 - \tau/\tau^*}, \quad k_0(\tau) = k_0(\tau^*) + \gamma_3(\tau^* - \tau), \quad (8)$$

где τ_C определяется из линеаризованного уравнения самосогласования и имеет смысл безразмерной температуры фазового перехода, γ_3 - некоторый коэффициент, определяемый (как и коэффициенты γ_1 и γ_2) из соответствующей системы алгебраических уравнений.

4. Необходимым условием существования нетривиального решения уравнения самосогласования при отталкивательном взаимодействии является наличие у ядра оператора взаимодействия хотя бы одного отрицательного собственного значения. Выполнение подобного условия в случае неотрицательного ядра оказывается возможным, если потенциал взаимодействия частиц в реальном пространстве принимает отрицательные значения в пределах хотя бы ограниченной области. Таким свойством обладает, например, экранированный кулоновский потенциал в ферми-системе, испытывающий, благодаря наличию контура Ферми, на больших (по сравнению с радиусом экранирования) расстояниях фриделевские осцилляции.

Само по себе наличие отрицательного собственного значения ядра еще не является достаточным условием возникновения связанного состояния пары. Необходимо, чтобы это собственное значение было достаточно малым по абсолютной величине. Малость амплитуды фриделевских осцилляций, по-видимому, исключает возможность возникновения связанных состояний в трехмерной ферми-системе, тогда как в квазидвумерной системе можно ожидать, в том числе благодаря особенностям двумерного экранирования, что уже в достаточно мелкой потенциальной яме возникнет хотя бы один локальный уровень. Поэтому сверхпроводящий порядок при отталкивании, скорее всего, присущ именно квазидвумерным системам.

При большом суммарном импульсе пары кинематически разрешенная область Ξ импульсного пространства, соответствующая импульсам относительного движения, сравнительно мала. Поэтому малым импульсам относительного движения соответствуют большие относительные расстояния между частицами в паре, приходящиеся как раз на область фриделевских осцилляций. В связи с этим отметим, что при спаривании с нулевым суммарным импульсом, когда импульсы относительного движения совпадают с импульсами частиц и приблизительно равны фермиевскому импульсу k_F, существенной для взаимодействия между частицами областью реального пространства является область $r \lesssim k_F^{-1}$, в которой экранированный кулоновский потенциал определенно имеет положительный знак.

Важнейшим условием существования нетривиального решения при спаривании с большим суммарным импульсом является зеркальный нестинг, благодаря которому возникает парный контур Ферми. Благодаря зеркальному нестингу сверхпроводящая неустойчивость может возникать уже при сколь угодно малой величине отталкивательного взаимодействия. В квазидвумерных системах, таких, как ВТСП купраты, условие зеркального нестинга (по крайней мере, приближенно) естественным образом может выполняться при некоторых определенных суммарных импульсах пары $\boldsymbol{K}$. Отклонение от зеркального нестинга в конечном итоге приводит к подавлению сверхпроводящего спаривания.[4] Выход за рамки приближения точечного потенциала, то есть учет экранированного кулоновского взаимодействия, имеет следствием существенное ослабление такого подавления.

Сверхпроводящий параметр порядка меняет знак на некоторой линии (дугах окружности радиуса k_0), пересекающей парный контур Ферми, от степени анизотропии которого существенно зависит амплитуда параметра порядка (при совпадении парного контура Ферми с окружностью $k = k_0$ нетривиальное решение отсутствует). Сильная анизотропия электронного (дырочного) закона дисперсии в окрестности уровня Ферми присуща ВТСП купратам, как это, например, следует из экспериментов по фотоэмисси с угловым разрешением;[5] так, компоненты фермиевской скорости могут отличаться более, чем на порядок.[6]

---

1 В.И. Белявский, Ю.В. Копаев, Ю.Н. Тогушова, С.В. Шевцов, *ЖЭТФ* **126**, 672 (2004).

2 В.И. Белявский, Ю.В. Копаев, В.М. Софронов, С.В. Шевцов, *ЖЭТФ* **124**, 1149 (2003).

3 V.I. Belyavsky, Yu.V. Kopaev, *Phys. Rev.* B **67**, 024513 (2003); *Phys. Lett.* A **322**, 244 (2004).

4 В.И. Белявский, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев, *Письма в ЖЭТФ* **76**, 51 (2002).

5 A. Damascelli, Z. Hussain, Z.-X. Shen, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 473 (2003).

6 M. Chiao, R. W. Hill, C. Lupien, L. Taillefer, P. Lampert, R. Gagnon, P. Fournier. Phys. Rev. B **62**, 3554 (2000).