Сверхпроводящее спаривание при отталкивании

В. И. Белявский
Государственный педагогический университет, Воронеж, 394043, Россия

Рассмотрен канал синглетного спаривания с большим импульсом пары при взаимодействии отталкивания, который может соответствовать основному состоянию сверхпроводящей фазы купратных соединений. Определены необходимые условия спаривания и получена система уравнений Гинзбурга-Ландау для двухкомпонентного параметра порядка, соответствующего отталкивательному взаимодействию.

1. В орбитальной структуре сверхпроводящего (SC) параметра порядка, возникающего в допированных купратах при спаривании с большим несоизмеримым импульсом,[1] находит отражение антиферромагнитное (AF) упорядочение родительского купратного соединения. Благодаря кристаллической симметрии, имеется несколько кристаллографически эквивалентных импульсов SC конденсата (четыре в случае тетрагональной симметрии), поэтому при спаривании возникает неоднородное состояние, подобное состоянию Фулде-Феррела-Ларкина-Овчинникова (FFLO)[2] с пространственной модуляцией модуля и фазы параметра порядка.[3] Образование несоизмеримой AF упорядоченной структуры токовых циркуляций в синглетном SC состоянии[4] означает возможность его сосуществования с синглетным орбитальным антиферромагнетизмом (OAF) в виде волны плотности с d – волновой симметрией параметра порядка (DDW).[5]

2. Импульсы частиц, составляющих пару с суммарным импульсом $\boldsymbol{K}$ и импульсом относительного движения $\boldsymbol{k}$, в вырожденной 2D электронной системе имеют ограниченную область значений Ξ, форма и размеры которой определяются контуром Ферми (FC) и импульсом $\boldsymbol{K}$.[6] Область кинематического ограничения Ξ включает одночастичные состояния, линейной комбинацией которых представляется волновая функция относительного движения пары.

Границей, разделяющей заполненную и вакантную части области Ξ при отличном от нуля $\boldsymbol{K}$, вообще говоря являются изолированные точки, однако, при некоторых $\boldsymbol{K}$, близких к удвоенному фермиевскому импульсу в направлении импульса пары, и особой форме FC, этой границей могут быть конечные отрезки FC, связанные условием *зеркального нестинга*[7] и образующие *парный контур Ферми* (PFC), который играет такую же роль для относительного движения пары, что и FC для электронов и дырок.

Следствием идеального зеркального нестинга является логарифмическая сингулярность по параметру энергетической щели в уравнении самосогласования, которое в этом случае имеет нетривиальное решение уже при сколь угодно малом значении эффективной константы связи. Отклонения от совершенного зеркального нестинга при формы FC, например, при допировании, сглаживают логарифмическую сингулярность и приводят к тому, что спаривание оказывается возможным, когда константа связи превышает некоторое, возрастающее по мере отклонения, минимальное значение.[8]

Энергетическая щель является знакопеременной функцией импульса относительного движения внутри области Ξ, имея *линию нулей*, пересекающую PFC, и приводя, таким образом к *нодам*, обусловленным исключительно отталкивательным характером взаимодействия. Наибольшим значением модуля энергетической щели определяется соответствующий конденсату импульс пары $\boldsymbol{K}$.

3. Необходимым (и достаточным в случае идеального зеркального нестинга) условием существования нетривиального решения уравнения самосогласования при отталкивании является наличие хотя бы одного *отрицательного* собственного значения ядра оператора взаимодействия.[7]

Относительная малость области кинематического ограничения позволяет представить ядро в виде двух первых членов его разложения в степенной ряд по импульсу $\boldsymbol{\kappa}$, передаваемому при рассеянии,

$$U(\boldsymbol{\kappa}) \approx U_0 r_0^2 [1 - r_0^2 \kappa^2/2], \tag{1}$$

где U_0 и r_0 имеет смысл эффективной константы связи и радиуса экранирования, соответственно. В узельном представлении U_0 имеет смысл энергии внутрицентровой корреляции. Ядро (1) имеет четыре собственные функции (две четные и две нечетные по отношению к преобразованию инверсии импульса относительного движения), одной из четных функций соответствует отрицательное собственное значение. В потенциал вида (1), помимо кулоновского отталкивания, могут быть включены (при соответствующем переопределении констант U_0 и r_0) все существенные для рассматриваемой системы взаимодействия, например, обусловленные обменом фононами или AF магнонами.

Решение задачи Купера с потенциалом (1) приводит к связанному состоянию в относительном движении пары с энергией связи[9]

$$|E| = \varepsilon_0 \exp{(-2/w_0)}, \tag{2}$$

где $w_0 \sim U_0 r_0^2$ – эффективная константа связи, а ε_0 – характерный энергетический масштаб области кинематического ограничения. Решением того же уравнения является долгоживущее квазистационарное состояние (QSS) относительного движения, которое может рассматриваться как возбужденное (некогерентное) состояние пары, существующее при температурах, превышающих температуру SC перехода и соответствующее, таким образом, псевдощелевому состоянию.[9] Волновые функции связанного состояния и QSS имеют пересекающие PFC линии нулей в пределах заполненной или вакантной частей области кинематического ограничения.

Решение уравнения самосогласования с вырожденным ядром (1) имеет нетривиальное решение,[7] зависимость которого от импульса относительного движения повторяет зависимость ядра от $\boldsymbol{\kappa}$. В пределе слабой связи зависимость параметра энергетической щели от эффективной константы связи аналогична (2), отличаясь лишь значениями коэффициентов в показателе экспоненты и предэкспоненциальном множителе. Линия нулей в зависимости энергетической щели от импульса относительного движения пересекает PFC в точках в пределах каждой из кристаллографически эквивалентных областей кинематического ограничения. Среднеквадратичное удаление линии нулей от PFC возрастает с увеличением степени анизотропии области Ξ. Ноды энергетической щели и связанные с ними квазичастичные возбуждения способствуют уменьшению амплитуды щели,[10] поэтому с возрастанием анизотропии Ξ, приводящему к эффективному удалению линии нулей от PFC, следует ожидать *повышения* температуры SC перехода.

4. Используя разложение энергетической щели по полной системе собственных функций ядра (1) в области кинематического ограничения и учитывая, что в такое разложение дают вклад только четные собственные функции, линеаризованное уравнение самосогласования можно свести к системе двух уравнений, из условия разрешимости которой определяется температура перехода T_C, соответствующая приближению среднего поля. В случае, когда ядро имеет единственную собственную функцию, относящуюся к положительному собственному значению, получающееся единственное уравнение имеет лишь тривиальное решение, то есть, когда компонента потенциала (1), соответствующая притяжению, стремится к нулю, температура перехода также стремится к нулю. В спектре ядра (1) имеется одно отрицательное собственное значение, поэтому нетривиальное решение уравнения самосогласования заведомо существует при $T < T_C$.

Параметр порядка характеризуется двумя комплексными функциями Ψ_s, $s = 1, 2$, определяемыми их модулями, относительной фазой и общей фазой, соответствующей SC конденсату. Для определения этих величин получена *система* двух уравнений Гинзбурга-Ландау для компонент параметра порядка

$$\begin{aligned}(\hbar^2/4m)\sum_{s'} M_{ss'}[-i\nabla - (2e/\hbar c)\boldsymbol{A}]\Psi_{s'} - \\ - \ \tau\sum_{s'} A_{ss'}\Psi_{s'} + \sum_{s'tt'} B_{ss'tt'}\Psi^*_{s'}\Psi_t\Psi_{t'} = 0, \qquad (3)\end{aligned}$$

и плотности SC тока,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{j} \ &= \ \sum_{ss'} M_{ss'}[(\hbar e/2im)(\Psi^*_s\nabla\Psi_{s'} - \Psi_{s'}\nabla\Psi^*_s) - \\ &- \ (2e^2/mc)\Psi^*_s\Psi_{s'}\boldsymbol{A}]. \qquad (4)\end{aligned}$$

Здесь $\tau = (T_C - T)/T_C$, матрицы $A_{ss'}$, $B_{ss'tt'}$ и $M_{ss'}$, вычисленные в приближении предельно сильной анизотропии 2D электронной системы (поскольку PFC в купратах располагается в протяженной окрестности седловой точки электронного закона дисперсии), определяются электронным спектром и параметрами области кинематического ограничения, m – "легкая" эффективная масса электрона вблизи PFC.

Наличие системы двух уравнений, определяющих компоненты параметра порядка вместо единственного уравнения Гинзбурга-Ландау, соответствующего модели Бардина, Купера и Шриффера, может, как и в случае $s - d$ спаривания,[11] приводить к нескольким (отличающимся, например, относительной фазой) нетривиальным решениям, отвечающим минимумам функционала Гинзбурга-Ландау, положения и значения энергии которых зависят от соотношения между элементами матриц $A_{ss'}$ и $B_{ss'tt'}$. В отличие от,[11] элементы матрицы $A_{ss'}$ не могут быть заданы произвольно, поскольку ими определяется температура SC перехода. Кроме того, система уравнений для компонент параметра порядка, связанных друг с другом, в том числе, через электромагнитное поле, может приводить к особенностям фазы параметра порядка.[12]

Компоненты равновесного параметра порядка в пространственно однородной системе определяются системой трех уравнений, вытекающих из (3), в которую они входят в виде трех неотрицательных инвариантных комбинаций: квадратов модулей, и интерференционного члена, определяющего относительную фазу. Матрицы $A_{ss'}$ и $B_{ss'tt'}$ имеют, соответственно, три и пять независимых компонент. Когда ядро оператора взаимодействия имеет всего одно положительное собственное значение, система вырождается в единственное уравнение, не имеющее нетривиального решения. Система имеет только тривиальное решение и тогда, когда все собственные значения ядра неотрицательны. В случае двух собственных значений (одного положительного и одного отрицательного) элементы матриц $A_{ss'}$ и $B_{ss'tt'}$ таковы, что нетривиальное решение определенно имеется при $T < T_C$.

5. Глубина проникновения λ определяется как

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{8\pi e^2\tau}{mc^2 z_0}\sum_{ss'} c^*_s M_{ss'} c_{s'}, \qquad (5)$$

а двумерная сверхтекучая плотность, соответственно, имеет вид

$$n_s = 2\tau\sum_{ss'} c^*_s M_{ss'} c_{s'}, \qquad (6)$$

где коэффициенты c_s являются решениями системы уравнений (3) для пространственно однородной системы.

Размер пары в реальном пространстве определяется эффективной массой,

$$\zeta_0 \simeq \frac{\hbar}{\pi T_C}\sqrt{\frac{\varepsilon}{|m|}}, \quad (7)$$

и по порядку величины составляет несколько межатомных расстояний. При спаривании с нулевым суммарным импульсом, когда кинематические ограничения отсутствуют и ε_0 имеет смысл энергии Ферми, $\sqrt{\varepsilon_0/|m|} \sim v_F$ есть скорость Ферми, и (7) принимает вид $\zeta_0 \sim \hbar v_F/\pi T_C$.

Вычисление корреляционной функции флуктуаций компонент параметра порядка позволяет оценить характерный корреляционный радиус, определяемый, как и размер пары в реальном пространстве, эффективной массой электрона вблизи PFC:

$$r_c = \sqrt{\frac{\hbar^2}{4m|\tau|}\frac{M_t}{A_t}}. \quad (8)$$

где A_t и M_t – собственные числа матриц $A_{ss'}$ и $M_{ss'}$, соответствующие наибольшему их отношению.

Средний квадрат модуля равновесного параметра порядка пропорционален площади области Ξ,

$$\overline{|\Psi_s|^2} \sim \tau N \Xi\,, \quad (9)$$

где N – число элементарных ячеек.

6. Градиентный вклад в свободную энергию описывает длинноволновые флуктуации параметра порядка относительно его термодинамически равновесного значения. Структура параметра порядка такова, что в области развитых флуктуаций может возникать особое токовое состояние, характер которого может быть выяснен с помощью уравнений Гинзбурга-Ландау. Выделяя фазу Φ параметра порядка, выражение для SC тока в отсутствие внешнего магнитного поля можно записать как

$$\boldsymbol{j} = \frac{\hbar e}{m}\,\overline{M}\,\nabla\Phi. \quad (10)$$

Здесь $\overline{M} = \sum_{ss'}\Psi_s^* M_{ss'}\Psi_{s'}$, а равновесные значения компонент параметра порядка Ψ_s из-за экспоненциальных множителей (как и в FFLO состоянии) являются быстро (на пространственном масштабе $\sim K^{-1}$) меняющимися функциями координат.

Структура параметра порядка соответствует делению реального 2D пространства на ячейки площади K^{-2} таким образом, что в соседних ячейках циркуляции тока (10) по контуру в пределах ячейки имеют разные знаки. Таким образом, в результате длинноволновых флуктуаций фазы параметра порядка возникает несоизмеримая антиферромагнитно упорядоченная (на масштабе флуктуации фазы) структура в виде циркуляций орбитальных токов,[4] подобная структуре d – симметричной волны плотности (DDW).[5]

Оценка фазовой жесткости вблизи температуры перехода дает

$$\rho_s = \frac{\hbar^2}{2m}\overline{M}. \quad (11)$$

Если принять линейную зависимость ρ_s от температуры, то при $\tau = 1$ выражение (11) определяет значение фазовой жесткости при нулевой температуре, которое оказывается пропорциональным площади области кинематического ограничения.

7. Все успешные феноменологические подходы к проблеме сверхпроводимости купратов так или иначе связаны с учетом неоднородности, либо в реальном (например, страйпы), либо в импульсном пространстве. При *спаривании с большим импульсом* с неизбежностью возникает пространственно неоднородное SC состояние, подобное FFLO состоянию, с распределением амплитуды параметра порядка, аналогичным DDW. Спаривающее *отталкивание* приводит к нодам параметра порядка, способствуя уменьшению фазовой жесткости SC конденсата. Эти два принципа в значительной степени объединяют[13] различные теоретические подходы к описанию сверхпроводимости купратов.

[1] V.I. Belyavsky, Yu.V. Kopaev, *Phys. Rev.* B **67**, 024513 (2003); *Phys. Lett.* A **322**, 244 (2004).
[2] P. Fulde, R.A. Ferrel, *Phys. Rev.* **135**, A550 (1964); А.И. Ларкин, Ю.Н.Овчинников, *ЖЭТФ* **47**, 1136 (1964).
[3] H. Shimahara, cond-mat/0406384.
[4] D.A. Ivanov, P.A. Lee, X-G. Wen, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3958 (2000).
[5] S. Chakravarty, R.B. Laughlin, D.K. Morr, C. Nayak, *Phys. Rev.* B **63**, 094503 (2001).
[6] В.И. Белявский, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев, *ЖЭТФ* **118**, 941 (2000).
[7] В.И. Белявский, Ю.В. Копаев, В.М. Софронов, С.В. Шевцов, *ЖЭТФ* **124**, 1149 (2003); V.I. Belyavsky, Yu.V. Kopaev, S.V. Shevtsov, *J. Superconductivity & Novel Magnetism*, **17**, 297 (2004).
[8] В.И. Белявский, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев, *Письма в ЖЭТФ* **76**, 51 (2002).
[9] В.И. Белявский, Ю.В. Копаев, Ю.Н. Тогушова, С.В. Шевцов, *ЖЭТФ* **126**, 672 (2004).
[10] P.A. Lee, X.G. Wen, *Phys. Rev.* **78**, 4111 (1997).
[11] Y. Ren, J.H. Xu, C.S. Ting, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3680 (1995).
[12] E. Babaev, L.D. Faddeev, A.J. Niemi, *Phys. Rev.* B **65**, 100512 (2002).
[13] В.И. Белявский, Ю.В. Копаев, *УФН* **174**, 457 (2004).