

О возможности наблюдения эффектов влияния гравитационного поля на магнитный поток в сверхпроводящем кольце

А.И. Головашкин, Л.Н. Жерихина, Г.В. Кулешова, А.М. Цховребов
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Исходя из оценок разрешающей способности современного сверхпроводящего квантового интерферометра, предложена принципиальная схема эксперимента по регистрации изменения статического гравитационного потенциала, основанная на его связи с фазой куперовского конденсата, циркулирующего в замкнутом кольце. Эффект анализируется на основе принципа эквивалентности инертной и гравитационной масс.

Прогресс техники сверхпроводящих квантовых интерферометров (SQUID'ов) усиливает актуальность освоения этих достижений, как при решении задач прикладной науки, так и в исследованиях фундаментальных проблем естествознания. Разумеется, функционирование SQUID'а в реальном эксперименте требует выполнения определенных условий, и в этом смысле открытие высокотемпературной сверхпроводимости пока на ситуацию существенно не повлияло. Однако, и на классических сверхпроводниках у SQUID'ов уже достигнуто разрешение на уровне $\sqrt{\langle \delta\Phi^2 \rangle_{1\Gamma\psi}} = 6 \times 10^{-7} \Phi_0 / \sqrt{\Gamma\psi}$ [1] (где $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \times 10^{-15} \text{ Вб}$ - квант магнитного потока). Речь идет о двухступенчатых DC-SQUID'ах, разработанных специально для современных гравитационных антенн Веберовского типа. Второй SQUID постоянного тока играет здесь роль маломощного НЧ-усилителя, обрабатывающего электрический сигнал, поступающий с первого DC-SQUID'а.

Ниже предлагается принципиальная схема регистрации изменения статического гравитационного потенциала, основанная на его связи с фазой сверхпроводящего конденсата куперовских пар (рис.1). Высокочувствительный квантовый интерферометр перемещается вертикально в поле тяготения Земли вместе со своим трансформатором потока. Трансформатор потока представляет собой замкнутый сверхпроводящий контур, в котором согласно теореме Стокса и условию квантования Бора-Зоммерфельда $\oint (\vec{p} + e\vec{A}) d\vec{l} = 2\pi n\hbar$

(здесь \vec{p} - импульс конденсата куперовских пар, \vec{A} - вектор потенциал магнитного поля) запасенный поток оказывается равен целому числу квантов потока $n\Phi_0$. С учетом того, что магнитное поле практически не проникает в сверхпроводник, последнее выражение, будучи по существу интерференционным условием для фазы волновой функции конденсата, указывает на то, что в сущности здесь имеет место эффект Аронова-Бома.

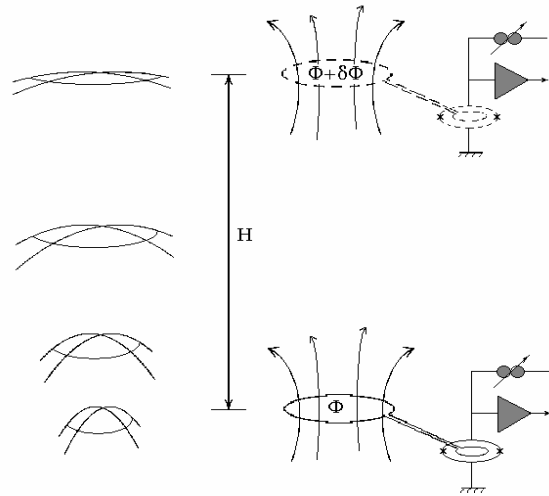


Рис.1 Схема регистрации изменения гравитационного потенциала при вертикальном перемещении кольца сверхпроводящего трансформатора потока в поле тяготения Земли.

Однако в поле тяготения условие на фазу сверхпроводящего конденсата видоизменяется: в скалярном произведении, стоящем под знаком контурного интеграла, необходимо учесть метрический тензор g_{ij} : $\oint g_{ij} (p^i + eA^i) dl^j = 2\pi(n + \eta)\hbar$ [2].

Таким образом введение тензора g_{ij} позволит определить поправки к эффекту Аронова-Бома в неевклидовой метрике. Оценка поправки для случая слабой гравитации $\|\delta g_{ij}\| \ll \|g_{ij}\|$ может быть произведена на основе аналогии со схемой известного опыта Паунда-Рэбки-Снайдерса [3], которые используя технику Мессбауэровской спектроскопии зарегистрировали в эксперименте красное смещение γ квантов $\delta\omega$, испущенных у подножия силосной башни ($H=22,5\text{ м}$), детектором, находящемся на крыше. Как следует из принципа эквивалентности гравитационной и инертной масс при движении в поле тяготения γ квант совершает работу: $\hbar\delta\omega = \delta E = \frac{E}{c^2} gH = \frac{gH}{c^2} \hbar\omega$. С другой стороны,

уменьшение энергии γ кванта, как временной компоненты 4-вектора энергии/импульса, может быть связано с соответствующим приращением метрического тензора $\|\delta g_{ij}\| = \frac{Hg}{c^2} = \frac{\varphi_G}{c^2}$, определяемого потенциалом гравитационного поля $\varphi_G = Hg$.

Аналогичное тому должна измениться и магнитная энергия сверхпроводящего кольца при перемещении его в поле тяготения Земли:

$$\frac{\Phi \delta\Phi}{L} = \delta E_M = \|\delta g_{ij}\| E_M = \frac{\varphi_G}{c^2} \times \frac{\Phi^2}{2L} = \frac{Hg}{c^2} \times \frac{\Phi^2}{2L}. \text{ Сле-}$$

довательно, SQUID, связанный с трансформатором потока, перемещающимся в поле тяготения, должен зарегистрировать приращение магнитного потока примерно равное $\delta\Phi \cong \|\delta g_{ij}\| \Phi = \frac{\varphi_G}{c^2} \Phi = \frac{Hg}{c^2} \Phi$.

Разрешение по потоку, реально достигнутое на современных двухступенчатых DC-SQUID'ах $\sqrt{\langle \delta\Phi^2 \rangle_{1\Gamma\text{ц}}} = 6 \times 10^{-7} \Phi_0 / \sqrt{\Gamma\text{ц}} = 2 \times 10^{-21} \text{ Вб} / \sqrt{\Gamma\text{ц}}$ [1],

дает основание говорить о возможности измерения относительного отклонения в полосе 1Гц на уровне $\delta\Phi/\Phi \sim 10^{-17}$, для чего требуется запастись в сверхпроводящем трансформаторе поток $\Phi \approx 2 \times 10^{-4} \text{ Вб}$. Сама по себе это реализуемая величина: при токе 2А потребуется индуктивность $L \approx 100 \text{ мкГ}$, однако согласование такого трансформатора потока с кольцом без специальных мер оптимизации может привести к ощутимой потере чувствительности SQUID'а. В то же время эти потери могут быть скомпенсированы естественным ростом чувствительности за счет сужения полосы рабочих частот. Действительно, если учесть, что подъем установки на необходимую высоту производится отнюдь не за одну секунду, то эффективная амплитуда шума $\sqrt{\langle \delta\Phi^2 \rangle_{\Delta f}} \sim \sqrt{\Delta f}$ за счет сужения полосы рабочих частот должна уменьшиться в $\sqrt{\Delta f} \sim 1/\sqrt{\tau}$ раз, при

этом фактор $1/\sqrt{\tau}$ может составлять 1÷2 порядка

(реальные времена подъема $\tau = 100 \div 10000$ секунд). Таким образом, оценку чувствительности по потоку $\delta\Phi/\Phi \sim 10^{-17}$ можно считать вполне реалистичной. Это значение сопоставимо с относительной точностью, достигнутой во второй усовершенствованной версии опыта Паунда-Рибки-Снайдерса.

Действительно, $|\delta\omega| = \frac{Hg}{c^2} \omega = 1,09 \times 10^{-16} \omega \text{ Н}$ и при высоте башни $H = 22,5 \text{ м}$ составляет $\delta\omega/\omega = 2,5 \times 10^{-15}$,

что было измерено на мессбауэровском переходе в ^{57}Fe с 1% точностью. Однако по сравнению с ядерно-физическими экспериментами в опытах со SQUID'ами высота подъема практически не лимитирована. А вот при работе с гамма квантами детектор нельзя располагать далеко от источника, иначе интенсивность регистрируемых фотонов окажется слишком низкой для работы техники мессбауэровской спектроскопии (плотность потока излучения убывает обратно пропорционально квадрату расстояния). С другой стороны, медленный плавный подъем квантового интерферометра можно производить как на десятки метров, так и на десятки километров (например, на аэростате). Все эти резервы позволяют говорить о потенциальной возможности дальнейшего экспериментального

уточнения релятивистских эффектов в полях тяготения до уровня 0,1% и выше, и с этой же точностью обеспечивают, например, возможность определения параметра γ , возникающего в постньютоновском (ППН) формализме [4].

Аналогичные соображения, основанные на принципе эквивалентности гравитационной и инертной масс, позволяют рассчитать и изменение длины δL рабочего тела антенны Веберовского типа [5]. Согласно закону Гука упругая энергия рабочего тела (алюминиевый цилиндр $L \approx 1 \text{ м}$, $D \approx 0,5 \text{ м}$) $E = E_{\text{ю}} \varepsilon^2 / 2$ ($\varepsilon = \delta L / L$, $E_{\text{ю}}$ - модуль Юнга). Варьируя ее $\delta E = E_{\text{ю}} \varepsilon \delta \varepsilon$ и приравнявая вариацию изменению энергии за счет тяготения, получим, что $E_{\text{ю}} \varepsilon \delta \varepsilon = (E/c^2) \varphi_G = (E_{\text{ю}} \varepsilon^2 / 2c^2) \varphi_G = (E_{\text{ю}} \varepsilon^2 / 2) \|\delta g_{ij}\|$. Следовательно $\delta \varepsilon \approx \varepsilon \|\delta g_{ij}\|$. По формуле $\delta \Phi \approx \Phi \|\delta g_{ij}\|$ в случае сверхпроводящего кольца без запасенного потока $\Phi = 0$ отклик на вариацию метрики окажется нулевым $\delta \Phi = 0$. Казалось бы ненагруженное рабочее тело $\sigma = E_{\text{ю}} \varepsilon = 0$ Веберовской антенны будет также нечувствительно к $\|\delta g_{ij}\|$, т.к. при этом $\delta \varepsilon = 0$. Однако регистрироваться будет не $\delta \varepsilon$ как таковое, ибо по смыслу $\delta \varepsilon$ является второй относительной вариацией длины L . В эксперименте измеряется первая вариация размера δL . Перепишем $\delta \varepsilon \approx \varepsilon \|\delta g_{ij}\|$ сначала как $\delta^2 L / L \approx \delta L / L \|\delta g_{ij}\|$, затем - $d^2 L = \|\delta g_{ij}\| dL$. Проинтегрируем левую и правую части: $\int d^2 L = |\delta L|$, $\int \|\delta g_{ij}\| dL \approx \|\delta g_{ij}\| L$, следовательно, $\delta L \approx \|\delta g_{ij}\| L$. Это и есть известное соотношение, полученное Вебером на основе сложного анализа приливных сил, действующих, согласно ОТО, в поле гравитационной волны [5]. Однако, приведенное выше решение справедливо и в статическом случае, что делает его актуальным в задачах гравиметрии. В работе [6] предложена схема эксперимента, в котором Веберовский цилиндр из магнитострикционного материала непосредственно (через трансформатор потока) связывается со SQUID'ом. Элементарные оценки демонстрируют для такой схемы достижимость уровня чувствительности не хуже $\|\delta g_{ij}\| \approx 10^{-23} \text{ Гц}^{-1/2}$.

1. M.V.Ketchen, J.M.Jaycox, Appl.Phys.Lett. 40, 736 (1982).

2. A.I.Golovashkin, G.V.Kuleshova, A.M.Tshovrebov et al., International Journal of Modern Physics D, p.187-194, v.13, №13, (January 2004).

3. R.V.Paund, G.A.Rebka, Phys.Rev.Lett. 4, 337 (1960).

4. C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, Gravitation, Freeman, San Francisco, (1973).

5. J. Weber, General Relativity and Gravitational Waves, New York, (1962).

6. А.И.Головашкин, Л.Н.Жерихина, А.М.Цховребов и др., Письма в ЖЭТФ.60, 595 (1994).