

# Модель Гинзбурга – Ландау в задаче об угловых зависимостях верхнего критического поля конечных многослойных SNS структур

В.Н. Кушнир

Белорусский национальный технический университет, 220013 Минск, Беларусь

В рамках теории Гинзбурга – Ландау (ГЛ) на основе вариационного решения граничной задачи исследовались угловые зависимости верхнего критического поля  $H_{c2}(\theta)$  для конечных многослойных структур типа сверхпроводник/нормальный металл (SNS). Определена взаимосвязь между положением, степенью локализации зародыша сверхпроводящей фазы и характером зависимостей  $H_{c2}(\theta)$ .

В рамках микроскопической теории критического состояния многослойных структур ранее рассчитывались критическая температура  $T_c$  и температурные зависимости верхних критических полей  $H_{c2\perp}(T)$ ,  $H_{c2\parallel}(T)$  бесконечной сверхрешетки [1], верхнее критическое поле полубесконечной структуры  $H_{c3}(T)$  [2]. При этом для определения данных характеристик приходится в общем случае рассматривать либо задачу на собственные значения бесконечномерной матрицы (с вычислением ее элементов), либо решать эквивалентную систему линейных дифференциальных уравнений нефиксированного порядка с периодическими коэффициентами. В одномодовом приближении микроскопической теории задача об определении  $H_{c2}(\theta)$ ,  $H_{c3}(\theta)$  SNS при малых  $\theta$  решена в работах К. Takanaka [3]. Впервые в рамках модели ГЛ угловые зависимости  $H_{c2}(\theta)$  бесконечной SNS рассчитывались (численно) в работе [4].

В данной работе на основе теории ГЛ проводится простейший вариационный расчет  $H_{c2}(\theta)$  для конечных SNS.

Выберем систему координат следующим образом: ось  $OZ$  направлена перпендикулярно плоскостям слоев, координатная плоскость  $XOY$  параллельна слоям и совпадает с плоскостью симметрии SNS. Сверхпроводящая структура предполагается неограниченной в направлениях  $OX$  и  $OY$  и имеющей толщину  $L$  в направлении  $OZ$ . Внешнему магнитному полю  $H$  ( $0; H \cos \theta; H \sin \theta$ ) соответствует вектор-потенциал  $A(\mathbf{r})$  ( $H z \cos \theta - H y \sin \theta; 0; 0$ ). Тогда, имея в виду, что в критической области волновая функция (ВФ) ГЛ может быть представлена формулой  $\Psi(\mathbf{r}) = e^{ikx} \psi(y, z)$ , запишем функционал ГЛ в виде:

$$F = \iint dydz \left\{ (\partial_y \psi)^2 + (\partial_z \psi)^2 - a(z; T) \psi^2 + H^2 \cdot (z \cos \theta - z_0 - y \sin \theta)^2 \cdot \psi^2 \right\} \quad (1)$$

Здесь  $z_0 \equiv k/H_0$ ;  $a(z; T)$  - ступенчатая функция [5]

$$a(z; T) = \begin{cases} 1, & z \in I_S \\ -\xi_S^2(T) / \xi_N^2(T), & z \in I_N \end{cases} \quad (2)$$

$\xi_S(T)$ ,  $\xi_N(T)$  - "корреляционные длины" сверхпроводящего и нормального слоев,  $I_S$ ,  $I_N$  - области, занятые сверхпроводящими и нормальными слоями, соответственно. Пространственные переменные масштабированы на корреляционную длину  $\xi_S(T)$ , магнитное поле масштабировано на величину  $H_{c2S} = \Phi_0 / 2 \pi \xi_S^2$ , где  $\Phi_0$  - квант магнитного потока.

Минимизируем (1), выбрав пробную ВФ с разделенными переменными [6]:

$$\psi(y, z) \rightarrow \tilde{\psi}(y, z) = f(y)g(z) \quad (3)$$

Подстановка (3) в (1) и последующее варьирование приводят к выражению для функции

$$f(y) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} H |\sin \theta| \cdot (y - \bar{y})^2 \right\} \quad (4)$$

удовлетворяющей граничным условиям  $f(\pm \infty) = 0$  и соответствующей максимальному  $H$ , а также, к уравнению для  $g(z)$ :

$$g''(z) + \left( \eta(z; T) - H^2 \cos^2 \theta (z - \bar{z})^2 - H |\sin \theta| \right) g(z) = 0 \quad (5)$$

(В (4), (5) черта над переменными означает пространственное усреднение).

Функция  $g(z)$  обязана удовлетворять граничным условиям:

$$g'(\pm L/2) = 0 \quad (6)$$

Кроме того, имеют место условия сшивания на границах  $z_i$  раздела S и N слоев

$$\frac{g'}{g} \Big|_{z_i+0} = p_i \cdot \frac{g'}{g} \Big|_{z_i-0} \quad (7)$$

где числа  $p_i$  определяют величину скачка логарифмической производной ВФ.

Решением (5) - (7) получаем искомую зависимость  $H_{c2}(\theta)$ .

Кроме этого, легко может быть получено из (1) - (3) выражение для важной характеристики  $\alpha(\theta) \equiv H_{c2}^{-1}(\theta) \cdot dH_{c2}(\theta) / d\theta$ , аналитические свойства которой при  $\theta = 0$  определяют эффективную размерность сверхпроводящей фазы. Для  $\theta = 0$  имеем

$$\alpha(\theta = \pm 0) = -\text{sign}(\theta) / (H_{c2}(0) \cdot \sigma^2) \quad (8)$$

где  $\sigma^2 \equiv \overline{(z - \bar{z})^2} \Big|_{\theta=0}$ .

Из (8) видно, что в описанном приближении относительное падение характеристики  $H_{c2}(\theta)$  при  $\theta=0$  определяется исключительно параметром локализации  $\bar{z}$  ВФ в окрестности  $\bar{z}$ . (Заметим, что формула (8) дает еще один способ экспериментальной оценки размера зародыша сверхпроводящей фазы.)

В качестве примера рассчитывались критические характеристики  $H_{c2}(\theta)$  для 3-слойной (1 би-слоя) и 17-слойной (8 би-слоев) SNS. 3-слойная структура взята как аналог тонкой пленки однородного сверхпроводника. Приняты следующие значения для толщин  $d_S$  и  $d_N$  сверхпроводящего и нормального слоев:  $d_N = 0.5 d_S = \xi_S(0) = 2\xi_N(T_c)$ . Температурные зависимости корреляционных длин взяты в виде  $\xi_S(T) = \xi_S(0) \cdot (1 - T/T_S)^{-1/2}$ ,  $\xi_N(T) = \xi_S(T_c) \cdot (T/T_c)^{-1/2}$  [5] ( $T_S$  - критическая температура сверхпроводящего материала). На Рис. 1, 2 представлены графики зависимостей  $H_{c2}(\theta)$  при низких температурах и температурах, близких к температуре 2D-3D кроссовера  $T^* = 0.86 T_c$  соответственно. Видно, что для 3-слойной структуры зависимость  $H_{c2}(\theta)$  точно воспроизводится формулой Тинкхама [6], полученной для пленок однородного сверхпроводника – это и есть 2D поведение. В этом случае верхнему критическому полю соответствует единственное для всех  $T$  значение параметра  $\bar{z} = 0$ , соответствующее симметричной функции  $g(z)$ ; при  $\theta=0$  зародыш сверхпроводящей фазы образуется в плоскости симметрии образца.

Для 8-бислойной структуры при низких температурах, как видно из Рис.1, 2D-поведение характерно для  $\theta \leq 1$  рад; при  $\theta > 1$  кривая  $H_{c2}(\theta)$  отклоняется от соответствующей кривой для тонкой пленки. При движении к более высоким температурам (см. Рис.2) интервал 2D-поведения сужается. При этом аппроксимация соответствующего участка кривой формулой Тинкхама становится хуже.

Данный факт легко интерпретируется в терминах параметра локализации  $\bar{z}$  и параметра  $\bar{z}$ , определяющего положение сверхпроводящего зародыша: 2D поведению соответствуют значения  $\bar{z} \approx d_S$  и значения  $\bar{z} = \pm(L/2 - d_N - d_S/2)$  – в этом случае сверхпроводящая фаза сосредоточена в одном из крайних S-слоев. 3D поведению соответствует симметричная функция  $g(z)$  ( $\bar{z} = 0$ ), имеющая для четного количества би-слоев 2 максимума в соседних центральных S-слоях (т.е.  $\sigma \tau d_S + d_N$ ).

Полученные результаты согласуются с экспериментальными характеристиками  $H_{c2}(\theta)$ , полученными для Nb/Pd [7]. Подчеркнем два момента: 1) Как видно из (8), в рамках описанного приближения при всех температурах для  $\theta = 0$  имеет 2D поведение, за исключением непосредственной окрестности  $T_c$ , где  $\sigma \rightarrow \infty$  – но это и наблюдается на эксперименте [7]. То, что вариационный принцип с пробной ВФ (3) оказывается пригодным для описания экспериментальных данных не только при ма-

лых  $\theta$ , можно объяснить интегрированным эффектом граничных плоскостей и плоскостей раздела S и N слоев. (Формально это можно показать, включив граничные условия и условия сшивания в (1) в виде дополнительного потенциала  $V_{ip}(z)$ ). 2) Изменение симметрии ВФ при  $T \sim T^*$  влечет излом на кривой  $H_{c2}(\theta)$  (Рис. 2), что тоже наблюдается на экспериментальных кривых.

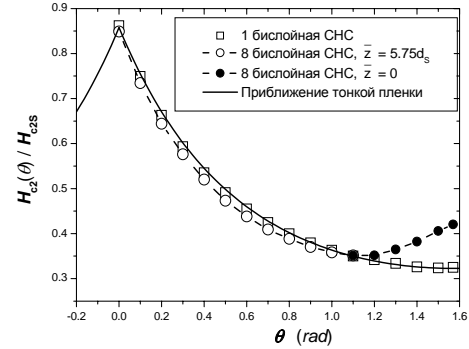


Рис. 1 Угловые зависимости критического магнитного поля, рассчитанные для 1-бислойной и 8-бислойной SNS при температуре  $T = 0.46T_c = 0.24T_S$ .

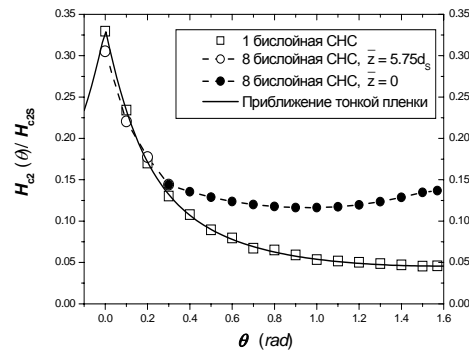


Рис. 2 Угловые зависимости критического магнитного поля, рассчитанные для 1-бислойной и 8-бислойной SNS при температуре  $T = 0.81T_c = 0.43T_S$ .

1. S. Takahashi, M. Tachiki, Phys. Rev. B 33, 4620 (1986); B. Y. Jin, J. B. Ketterson, Adv. Phys. 38, 189 (1989); C. Ciuhu, A. Lodder, Phys. Rev. B 64, 224526, (2001).
2. B. J. Yuan, J. P. Whitehead, Phys. Rev. B 44, 6943 (1991); T. Suzuki et al., Physica C 242, 90 (1995).
3. K. Takanaka, J. Phys. Soc. Jpn. 58, 668 (1989); *ibid* 61, 2865 (1992). Physica C 301, 243 (1998).
4. N. Takezawa, T. Koyama, M. Tachiki, Physica C 207, 231 (1993).
5. В.Н. Кушнир и др., Физика низких температур 25, 1265 (1999).
6. М. Тинкхам, Введение в сверхпроводимость. М., Атомиздат, 1980.
7. С. Л. Прищепа, Настоящий сборник.